Pismeni dio ispita iz Matematike II, 15.09.2011.

GRUPA A

1. Izračunati površinu figure koju određuju prava $2x+3\sqrt{3}y-12=0$ i dio elipse $4x^2+9y^2=36$ u prvom kvadrantu.
2. Promijeniti poredak integracije i izračunati dvostruki integral $I=\int_0^2 ydy\int_{\frac{1}{2}}^{2-\frac{y^2}{8}}\frac{dx}{\sqrt{x^5}}.$
3. Izračunati površinu dijela površi $x^2+y^2+z-1=0$ koji se nalazi iznad ravni $z=0.$
4. Dati su krivolinijski integrali $I_1=\int_{c_1}\frac{xdy-ydx}{x^2+y^2},\ I_2=\int_{c_2}\frac{xdy-ydx}{x^2+y^2},$ gdje je c_1 duž $\overline{AB},$ $A(1,2),B(-1,4),$ orjentisana od tačke *A* prema tački *B*, a c_2 je parabola koja prolazi kroz tačke $A(1,2),B(-1,4)$ i $C\left(\frac{-1}{2},\frac{11}{4}\right).$ Dokazati da je $I_1=I_2$ i izračunati taj broj.

GRUPA B

1. Izračunati površinu krivolinijskog četverougla omeđenog parabolama $y=x^2,\ y=\frac{x^2}{3},\ y^2=2x,\ y^2=3x.$
2. Promijeniti poredak integracije i izračunati dvostruki integral $I=\int_0^a ydy\int_0^{a-\sqrt{a^2-y^2}}\frac{x\ln(x+a)dx}{(x-a)^2}.$
3. Izračunati površinu dijela sfere $x^2+y^2+z^2=a^2$ koji se nalazi u unutrašnjosti cilindra $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1,\ 0<b<a.$
4. Izračunati krivolinijski integral $I=\oint_c\frac{1}{x}\operatorname{arctg}\frac{y}{x}dx+y^3e^{-y}dy,$ ako je c pozitivno orjentisana kontura oblasti određene isječkom kružnog prstena $1\le x^2+y^2\le 4,\ 0\le y\le x.$

<u>Stari program</u>

1. Naći oblast konvergencije reda: $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(n+1)^3(x+2)^n}{(2n-1)^2\cdot 6^{2n-3}}.$
2. Riješiti diferencijalnu jednačinu $y'+\frac{y^2}{2}=-\frac{1}{2x^2}$ smjenom $xy=z.$
3. Izračunati površinu dijela sfere $x^2+y^2+z^2=a^2$ koji se nalazi u unutrašnjosti cilindra $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1,\ 0<b<a.$
4. Izračunati krivolinijski integral $I=\oint_c\frac{1}{x}\operatorname{arctg}\frac{y}{x}dx+y^3e^{-y}dy,$ ako je c pozitivno orjentisana kontura oblasti određene isječkom kružnog prstena $1\le x^2+y^2\le 4,\ 0\le y\le x.$